

早稲田 政治経済学雑誌

The Waseda Journal of Political Science and Economics

第395号

2019年 7月31日

■ 特集 新入生歓迎シンポジウム

- 言論の自由と洗練された反証主義 稲村一隆
経済学で見えてくるもの——女性の統計的差別を例にして 大湾秀雄
Facts, Fiction, and Performances 八木斉子

■ 投稿論文

- ケーキの量を効用関数に入れた Cake-Eating Problem 榎本彦衛

『早稻田政治経済学雑誌』

論文投稿規程

2016 年 7 月 7 日改定

早稲田大学政治経済学会（以下、本学会）は、『早稲田政治経済学雑誌』に掲載する研究論文を以下の要領で公募します。

1 公募する論文

「政治および経済に関する学術の研究、啓発」という本学会の趣旨に合致する学術的な研究論文。ただし、以下は除きます。

- (1) 研究ノート・展望論文（判例研究・学界展望論文も含む）および書評。
- (2) 既に公刊された論文、他雑誌等で公刊される予定の論文、他雑誌等に投稿中の論文、および翻訳。

2. 投稿方法

(1) 投稿論文は、別に定める執筆規程に従い、原則として電子ファイル（PDF 形式）で作成・保存し、下記の編集委員会のメールアドレス宛に、メールの添付ファイルとして送信してください。メールの件名は、「『早稲田政治経済学雑誌』投稿論文の送付」としてください。

(2) メール送信中や郵送中の事故等による論文の破損や紛失については、本学会は責任を負いません。各自でバックアップを作成・保管してください。

3. 論文の書式

論文の書式については、早稲田大学政治経済学部ウェブサイト上の「早稲田大学政治経済学会」のページ（<http://www.waseda.jp/fpse/pse/research/>）に掲載の日本語 / 英語論文等執筆規程を参照してください。

4. 論文の審査

投稿された論文については、本学会の規定する審査を経て編集委員会において採否を決定します。

5. 著作権

投稿された論文の著作権は、「早稲田大学政治経済学会著作権規程」に拠るものとします。

6. 公開

『早稲田政治経済学雑誌』は早稲田大学政治経済学部ウェブサイトおよび早稲田大学リポジトリにおいて、公開します。論文を投稿する場合は、これに同意したものとします。

〒169-8050 東京都新宿区西早稲田 1-6-1
早稲田大学政治経済学部内
早稲田大学政治経済学会 編集委員会
メールアドレス：wjps@list.waseda.jp

以 上

編集委員会（☆は委員長）

☆白 木 三 秀	中 村 英 俊	稲 村 一 隆
田 中 幹 人	唐 亮	戸 村 肇
濱 野 正 樹		

早稲田政治経済學雜誌 第 395 号 目 次

特 集 新入生歓迎シンポジウム

言論の自由と洗練された反証主義	稲 村 一 隆	2
経済学で見えてくるもの——女性の統計的差別を例にして	大 湾 秀 雄	7
Facts, Fiction, and Performances	八 木 斉 子	11

投稿論文

ケーキの量を効用関数に入れた Cake-Eating Problem	榎 本 彦 衛	15
------------------------------------	---------	----

本書のコピー、スキャン、デジタル化等の無断複製は著作権法上での例外を除き禁じられています。本書を代行業者等の第三者に依頼してスキャンやデジタル化することは、たとえ個人や家庭内での利用でも著作権法違反です。

に危害を与える活動を避けるときだけ、というものです。その人を幸福にするとか、賢明だという理由だけではその人に強制する理由になりません。強制を正当化するのは、その思いとどまって欲しい行為が誰か他の人に悪いことをもたらすと推定されるときです。自分にしかかわからないことについては個人の独立性は絶対的なものと認められます。そこで自由原理によれば、基本的に最大限の自由が認められるべきであって、自由を規制するには理由が必要となります。

分かりやすい例は、タバコやお酒です。自由原理によれば、当人にとって害があるという理由だけで喫煙を規制することはできません。誰にでも愚行権が認められていて、周囲の人から見ればどんなに愚かな行為であったとしても、他人に害が及ばないならば、そうした行為をする自由が認められています。

自由原理を認めている社会であっても、なぜ規制することができるのか曖昧な事例がたくさんあります。例えばドラッグ、ギャンブル、売春業、アルコールやタバコに対する課税、高利貸し、シートベルト着用義務などです。言論の自由に関して言えば、ヘイトスピーチ、ムハンマドの風刺画、大学の授業における過激な表現をどうして規制できるのでしょうか。科学技術の発展によって人間の自由は拡張しているので、デザイナー・ベイビーなども自由の表現と言えるのか問題になっています。ミルは奴隷契約を無効として、自由を失う自由はないと主張しているので、そうした考えを使えば、中毒性が高く理能力を失って自由を享受できなくする活動を規制できます。また貧困などの社会的背景を考えれば、不健全な権力関係に基づいている売春業や高利貸しの禁止を説明できるかもしれません。

3. 言論の自由

本日、検討したいのはこうした個々の論点ではなく、そもそも言論の自由をどのようにして擁護できるのかという点です。言論の自由も自由原理によって認められる諸々の自由のうちの一つです。『自由論』第二章でミルは思考実験をして三つの

事例に分けて言論の自由を擁護しています。

- 1) 人々の意見が誤っていて、抑圧される意見が正しい場合。
- 2) 人々の意見が正しくて、抑圧される意見が誤っている場合。
- 3) 人々の意見は一面的には正しいが、全面的には正しくない場合。

1) と 3) の場合、言論の自由を擁護するのは比較的容易です。想定上、自分の意見は間違っており、抑圧される意見が正しいから、あるいは全面的に正しくない以上、言論の自由を認めて、間違いが正される可能性を開いておくのは当然のことです。

問題なのは 2) の場合です。想定上、自分たちの考えは全面的に正しく、抑圧される意見は間違っているにもかかわらず、なぜ相手に発言の自由を認めて、わざわざ間違った意見を聞かなければならないのでしょうか。現実にはこのような状況はありません。たいていの場合、3) の状況にあつて、一面の真理を手に入れているが、全面的な真理を手に入れてないのが人間の認識です。しかしここは思考実験なので、より難しい想定をして、言論の自由の擁護論を考えてみましょう。

ただし、言論の自由は効率性の悪いもので不要ではないか、と考えることも可能です。ミルの時代は知識が高度化、専門化してきており、平等な立場で議論するのが難しくなってきた時代です。現代ではもっと学問が高度化しているので、素人に議論の自由を認め合つて何の意味があるのか、不明なときもあります。専門家が完全な知識を持っていて、抑圧される意見が素人の意見としたとき、なぜ素人に発言の自由を認めるべきなのでしょう。ミルも民主主義社会における知識の専門化の問題に取り組んでおり、そうした要求を考慮に入れた上で、言論の自由を擁護しています。結論として言論の自由が擁護されるのは当たり前です。結論それ自体よりも、擁護する議論の仕方の意味があります。

ミルの方策は、知識の本性に訴えて言論の自由を擁護することです。言い換えれば、正しい意見、真実な見解を持っているだけでは科学的知識とは言えず、それほど価値のあることではないと認識することです。この点を理解しやすくするために、

次のような日常のささいなひとこまを想定してみましょう。

あなたと弟が学校から帰ってきたらテーブルの上にきれいな包装紙に包まれた箱が置いてあった。二人は同時に「シュークリームだよ、きっと!」と叫ぶ。そこで箱を実際に開けてみると、大当たり。わーい、と言って食べ始めたあなたに、弟が尋ねる。「お姉ちゃん、どうしてシュークリームが入っているって思ったの?」あなたの答えは「なんとなく。そうだといいなと思ったからかな。でもあなたは どうしてそうだと思ったの?」弟は「だって、今朝、おかあさんがおやつにシュークリームを買っておくから帰ってきたらお姉ちゃんと一緒に食べて、と言ってたもん。」「なーんだ、あなた知ってたんじゃない。」(戸田山和久『知識の哲学』産業図書、2002年、2頁、一部改。)

私たちの言語感覚として、弟は箱の中にシュークリームが入っていると知っていたということができますが、姉に対しては知っていたと認めるにいくのではないのでしょうか。二人ともシュークリームが入っていると信じていました。そして実際、事実としても箱の中にはシュークリームが入っていました。でも姉の考えは単なる気まぐれ、願望、思い込みであって、知識と同一視できません。どちらも真実な見解を持っている点では変わりません。二人の違いは何でしょうか。

弟にはそう信じるだけの理由があった、というのが大きな違いです。母親からシュークリームを買っておくと聞いていたというのが根拠になって、弟は箱の中にシュークリームがあると信じています。姉にはそうだと確信する正当な理由があったわけではありません。伝聞による知識を知識として認めていいかどうかは学問的にも大きな問題となっておりますが、とりあえず日常の場面では伝聞による情報取得を知識と認めています。実際、私たちの知識のほとんどは伝聞に基づく知識です。自分の目で観察して取得した知識はほとんどありません。伝聞を、他人の観察に基づいて信頼できる経路をたどって取得した知識と捉えれば、伝聞を信じるに値する理由と捉えて構わないでしょう。

つまり、知識の基準として重要なのは、正当化されているかどうかです。真実な見解を持っているだけでは知識とは言えず、そう思っただけのよいことを正当化する必要があります。正当化の方法には、観察や伝聞や推論(帰納法や演繹など)があります。「正当化できる」のかわりに、「説明できる」、「証明できる」、「根拠づけられる」、「データを提示できる」、「エヴィデンスを提示できる」と言ってもいいです。学校では実証主義的な知識観としてなじみがあるはずです。科学的知識とは、観察と論理によって正当化された真実な見解だと教わったと思います。観察に基づいておらず、単なる情報は知識ではありません。裁判の場面を想定してもいいでしょう。裁判で自分の主張を通すためには、そう主張するだけの根拠(目撃情報、アリバイ、指紋やDNAなどの証拠)が必要です。水晶玉を見て犯人が誰かを主張できないでしょう。タロット占いに頼ることもできません。思いや主張や信仰は個人的なもので社会の中に流通させることはできません。知識とは公共的なもので、社会的なものです。こうした公共性を成り立たせているのが正当化するという実践です。

ミルはこうした科学的知識の特質に着目して、表現の自由を擁護しています。問題となっていた2)の状況とは、人々の意見が正しくて、抑圧される意見が誤っている場合でした。正しい意見を持っているにも関わらず、なぜ間違っている意見を聞かなければならないのか、というのがパズルでした。上記の知識観に基づけば、正しい意見を持っていることに価値はないので、その状態を維持するために言論の自由を認めないことにも価値がありません。むしろ自由主義的な社会では、どんな根拠づけを与えられるかが重要であり、他人に説明できるということを知識の要件として捉えています。たとえ自分が正しくて、他人が間違っていたとしても、自分の見解の根拠をきちんと他人に説明できる、理由を提示できるということに意味があります。したがって言論の自由を認めて、たとえ自分の見解が正しかったとしても、論拠を提示するという実践を擁護しています。ミルの言葉を借りれば、どんなに真実な見解も討論されなければ、「生きた真理ではなく死んだドグマとして信奉されるだけ」(254頁)であり、「論証から独立した論証を受けつけぬ信念」は真理を知るこ

とではなく、迷信にすぎません (255 頁)。ミルによれば、これがソクラテスの実践した態度です。

ただし、ミルは素朴な実証主義的科学観にとどまっておりません。実際問題として、科学的な知識が観察とデータに基づいて完全に証明されることもありません。演繹を用いる数学であれば、一方的な論証が成立するかもしれませんが、そうでない経験科学であれば、一つの仮説が完全に実証されることはありません。むしろ科学的知識にとっては、反証される可能性に開かれているというのが重要だと捉える立場があります。反証主義と呼ばれるこの立場によれば、反証される可能性があるにもかかわらず反証されていない見解だけを知識と認めます。疑似科学はえてして反証を受け付けないことがあります。不都合なデータがあったとしてもごまかしたり、逆にどんな事態もすべて説明してしまったりします。本物の科学は自分の主張がどんなときに反論されるのか、はっきりさせています。ミルの主張では、「われわれの意見に反論し反証する完全な自由を認めることこそが、行動の目的のためにわれわれが自己の意見の正しさを仮定することを正当化する条件」となります (235 頁)。では少し脱線して問いを提示すると、反証主義の主張それ自体に反証可能性はあるのでしょうか。この点はみなさんで考えてみて下さい。

反証主義は主に 20 世紀前半の科学観ですが、19 世紀のミルはそれより洗練された科学観を持っています。ミルは科学を一つの理論や仮説の営みとみなすのではなく、複数の仮説の競争として捉え、対立する仮説同士の論争を重要視しています。ある種の観察データに基づいて一つの仮説が実証されたり反証されたりするような素朴な科学観ではなく、複数の仮説が競合している科学観です。このとき重要になるのは、対立する仮説を除去することです。自分にとって有利なデータを集めるだけでなく、他の有力な仮説にそぐわないデータも集めて、自分の主張の方がまだ悪くはない、という仕方で妥当性を示す必要があります。白黒二分法で考えるのではなく、グレーゾーンの中でよりまっとうな主張 (オフホワイト) を探するのが知的に真摯な態度です。したがって、自然科学より「もっと無限に複雑な問題、すなわち、道徳、宗教、政治、社会関係、生活上の問題になる

と、問題とされている意見を支持する議論の四分の三までは、それと異なるなんらかの意見に有利な状況を排除することからなっている」(256 頁)ということになります。

素朴な実証主義も素朴な反証主義も科学的知識を説明する理論としては不十分です。例えば、学生の集めてきたデータが教科書に書いてある理論と矛盾したとき、データを重視して、教科書が間違っていると考えることがあるでしょうか。むしろ教科書の理論が正しく、学生のデータの集め方が悪かったと考える方が自然です。数年前に光より速いニュートリノが観測されたからといって相対性理論が反証されたと考える科学者はほとんどおらず、たいていは実験結果を疑ったり、補助仮説を補ったりして理論を守ろうしました。観察データが知識の根拠づけとして絶対視されているわけではありません。むしろ科学的知識は全体論的に捉えるべきであって、観察も含めた理論全体が整合的であるか、新しい知識を生み出すか、単純で美しい構造を備えているかといった価値観を表現しています。洗練された反証主義とはこうした人間の価値観を表現した科学観です。

今日の話をもとめると、知識の要件として重要なのは、観察や論理によって正当化でき、そして対立する仮説に反論できるということです。知識は教科書の記述のように変化しないものとしてではなく、技能や技術のように、使いこなすことができるようなものです。知識には熟練といった要素もあるはずです。この場合の熟練とは、自分の主張を擁護できると同時に反論できる技能ということも意味します。したがって、言論の自由を認めて根拠と反論を提示し合う実践の方が、正しい見解を持っていることよりも価値があります。

このように言論の自由は、学問がはじまった二千年以上前の古代ギリシアの伝統的な知識観に基づいて擁護されています。言論の自由は最大限尊重されるべきものですが、無制限に認められるものでない以上、ある一定の作法が要求されています。自由主義と科学的探求は密接に結びついています。ただし、今回は科学的知識の獲得という単純なモデルをもとに言論の自由を擁護しましたが、政治社会の目的は知識の獲得よりも複雑で曖昧なので、そうした政治社会でも同様に言論の自由が擁護されるのかは不明です。政治思想のおもしろ

さは特定のイデオロギーを再生産することにあるのではなく、私たちの社会システムの背後にある考え方とその問題点を考察し、議論と反論を提示し合う実践にあります。日々の社会で生じている個別的な問題に取り組むためにも、社会のルールの背後にある考えにも目を向ける必要があります。新入生のみなさんには、大学四年間の間に、そういった意味での言論の自由を楽しんで頂ければ幸いです。

[推薦図書]

本稿の資料として以下を参照。

J. S. ミル『自由論』（岩波文庫，光文社古典新訳文庫，中公バックスなどに所収。本文中の引用は中公バックスの早坂忠訳，1979年を用いて，その頁数を記している）。

現代の政治哲学の古典として『正義論』が重厚すぎるという新入生は以下を参照。

ジョン・ロールズ『公正としての正義 再説』田中成明ほか訳，岩波書店，2004年。

社会科学方法論を学ぶ前にクリティカル・シンキングの本として，また科学哲学の入門として以下を参照。

香西秀信『反論の技術』明治図書，1995年。

戸田山和久『「科学的思考」のレッスン』NHK出版，2011年。

経済学で見えてくるもの

——女性の統計的差別を例にして

大 湾 秀 雄*

経済学とは何でしょうか？経済の仕組みを研究する学問と定義されることもあります。それは必ずしも正確ではありません。なぜなら経済学的な考え方や手法は、政治、教育、医療、マーケティング、会計、組織、はたまたスポーツ学といった幅広い分野に応用されているからです。

では経済学とは何でしょうか？実は経済学には、経済学を経済学たらしめている3つの要素があります。重要なキーワードなので、ぜひ覚えておいてください。一つは、最大化行動、英語で言うとmaximizationです。経済学が扱う主体（エージェント、個人や企業など）は皆、合理的に何かを最大化しようとしているという仮定です。人間は、誰も自分が最も幸福になるように選択を行っており、企業は利益や企業価値が最大となるように戦略を立てている、といった仮定をおきます。2つ目は、均衡、つまり経済主体全員が最大化行動をとった結果、経済の状態がどうなるかという分析を重視しています。英語で言うとequilibriumです。3つ目は、効率性という評価尺度を用いるということです。実は効率性というのは、最も誤解されている経済用語の一つです。経済学で使う

効率性概念の基本は、パレート効率性と呼ばれます。かみ砕いて言うと、誰かを損させずに誰かに得をさせることが出来ない状態を効率的と呼びます。禅問答みたいで良く分からないですね？でも、例を見るうちにだんだんと腹落ちしてくると思います。効率的ではない時は、誰かを損させずに誰かに得をさせることが出来るということなので、改善チャンスがあるということなのです。皆さんが早稲田で経済を学ぶ間に、ぜひ正しい「効率性」概念を学んで卒業していった欲しいと思います。

これから、今申し上げた3つの構成要素を、差別という現象を通じて分かりやすく解説してみたいと思います。差別を初めて経済学を使って詳細に分析したのは、1992年にノーベル賞を取ったGary Beckerです。1957年に「差別の経済学」という本を書いています。私の先生だったエドワード・ラジア教授の先生にあたる大先生で、学生の頃に何度か講演を聞きました。ベッカー先生は、初めて差別を合理的な行動として捉えた研究者です。不思議に思うかもしれませんが、差別には嗜好、つまり好き好んでする差別と、差別嗜好を持たない人による合理的なもの、つまり、差別した方が得だからする差別があります。例えば、中小企業の社長が「俺は女は好かん。だから雇わん！」と言ったとします。これは嗜好として差別するケースです。ただその場合でも、自分の幸せ、満足感、効用を最大化するために差別しているので、経済学では合理的な経済主体と捉えられます。逆に、自分には差別嗜好はないけれど、顧客や従業員が差別をしている場合、雇い主もマイノリティを差別することで利得が上がるケースがあります。例えば、レストランのお客さんの多くが外国人を

図1 経済学を定義づける3要素

- ① 最大化行動(maximization): 経済主体（個人や企業など）は皆合理的に何か（効用、利益など）を最大化しようとしているという仮定
- ② 均衡(equilibrium): 経済主体全員が最大化行動をとった結果、経済の状態がどうなるかを分析する。
- ③ 効率性(efficiency): 誰かを損させずに誰かに得をさせることが出来ない状態。そうでない状態は、改善の機会があるということ！

* 早稲田大学政治経済学術院教授

差別しているとします。店員に外国人が増えると客が減ってしまうかもしれません。オーナーに差別意識がなかったとしても、売り上げを維持するために、外国人を採用しないというのは、オーナーにとって合理的な選択です。

では、人々が差別嗜好を持たなければ、世の中から差別は無くなるのでしょうか？必ずしもそうとは言えません。長年、日本の労働市場では女性が差別されてきました。1986年に男女雇用均等法が施行される前は、多くの企業で、採用枠も賃金体系も男性と女性では別、女性は結婚したら辞めるという暗黙のルールがある企業が多かったのです。なぜ、多くの雇い主が女性の長期雇用を嫌がったのでしょうか？

根本的な原因は実は家庭内分業です。大昔から現代に近い時代まで、便利な家電が入ってくるまでは、料理も掃除も洗濯も時間がかかりました。そのため、男性が市場労働に専従し、女性が家事育児に専念することが、夫婦の生涯所得を最大化する上で最適でした。多くの家庭が取る選択は、その社会の中での社会規範となり、人々の期待を支配します。その結果、女性はどんなに優秀でも結婚や出産を契機に辞めるという期待が形成されました。女性は皆4-5年以内に辞めるということが予想されるならば、研修にお金をかけて育てよう、難しい仕事を覚えさせて将来の幹部社員にしようとは雇い主も考えないでしょう。このようにして労働市場において女性が差別されるようになった訳です。

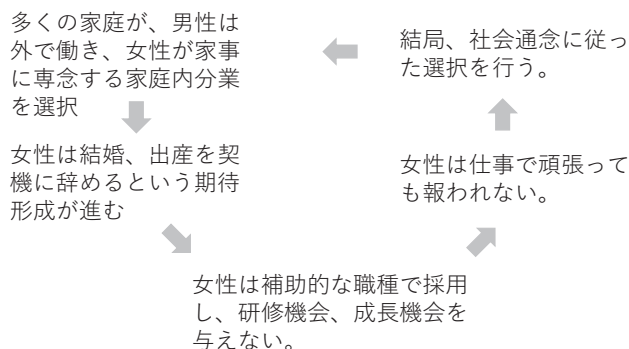
こうして形成された差別を、統計的差別と言います。女性は多くが結婚や出産と同時に仕事を辞めるという統計的結果に基づき、合理的に女性の

採用を控えたり、男性よりも成長機会も賃金も乏しい仕事しか与えなかったりという選択をすることになります。統計的差別は、経済学における均衡を形成しています。つまり、図2に描かれている経路を通じて、皆が合理的に行動した結果として、女性がキャリアを奪われているのです。

合理的な判断と言いながら、この統計的差別にはいくつもの問題があります。まずは、公平性の問題です。同じ能力を持ち、同じキャリア希望を持つ男女がいたとして、一方は単に女性として生まれたという理由だけで、希望するキャリアから排除されてしまいます。2つ目に、統計的差別は自己成就的です。女性は数年で辞めるという予想の元に、女性に十分な成長機会も研修機会も与えなければ、女性はこの会社には自分の未来はないと判断して実際に辞めてしまいます。つまり期待が裏付けられるわけです。3つ目に、統計的差別を支えている均衡が、時代の変化と共にものは効率的ではないことが明白になりつつあるのです。

何故かというと、女性に対する統計的差別の原因となっている家庭内分業、つまり男性が外で働き、女性が家事育児に専念することが、家計にとっても国にとっても、必ずしも望ましい選択ではなくなってきているのです。何が変わったかという、まずは技術の進歩が挙げられます。昔なら毎日10時間かかっていた家事が、今は2-3時間で済みます。本当に便利な世の中になりつつあります。2つ目に、これは国の政策の影響も大きいのですが、保育施設が整備され、きちんと保育や幼児教育の知識を備えた保育士が増えてきました。昔は、3歳までは親が育てた方が良いという「3歳神話」というのがあったのですが、核家族化で

図2 統計的差別を生み出す均衡



祖父母も兄弟もいない家で育てるより、保育所で教育を受けた方が、子供の将来に良い影響を与えるケースが多いことが分かってきました。最後に、人材不足で、女性労働を活用しないと経済成長を確保できない状況が生まれつつあることです。

では、女性に対する統計的差別は無くなったかというところでもありません。表向きは男女平等と言っても、仕事の与え方、情報の与え方、昇格審査における扱いなど、様々な面でまだまだ女性は不利な扱いを受けていることが指摘されています。なぜ、女性の統計的差別をなくすことがそんなに難しいのでしょうか？

ちょっと先走り過ぎだ、と怒られるかもしれませんが、皆さんが早稲田大学で学ぶ科目の一つにゲーム理論があります。このゲーム理論を使って、女性の統計的差別が効率的ではないのに、なぜ社会がなかなか変えられないかという話をしたいと思います。

ゲームには、3つの構成要素があります。(1) プレーヤー、(2) プレーヤーの戦略、(3) 戦略の組み合わせで決まる利得、の3つです。今、プレーヤーは、家計と企業です。それぞれ、2つの選択肢があります。企業は、女性を差別するか、男女公平に扱うかのどちらかを選びます。家計は、女性が家事育児をすべて担うか、夫婦で平等に分担するかを選びます。それぞれの選択肢に対して、利得を当てはめてみましょう(図3参照)。それぞれのセルの2つの数字は、最初の数字が家計の利得、2番目の数字が企業の利得を表しています。

この時、多くの家計で女性が家事育児を担うという選択を取ると、何が起きるでしょうか？企業側が男女公平に扱っても、家計が今まで通りなら、女性は残業を一切できないとか、やれ子供が熱を

出した、学校行事があるから休むなどと、女性だけが時間的制約がきつくなり、男性の賃金や処遇に見合った貢献を期待できなくなるでしょう。この場合、女性を差別する企業の方が、業績が良くなります。つまり、家計が女性だけが家事負担を担うという選択を取るのであれば、企業にとっての最適戦略は、女性を差別することになります。この状況を、女性を差別した時の企業利得を5、公平に扱った時の企業利得を0として表現します。家計は、男女公平に扱う場合、男性が損をして女性が得をするので、家計としてはプラスマイナスゼロとなり、家計利得は両方の場合で変わらないとします。

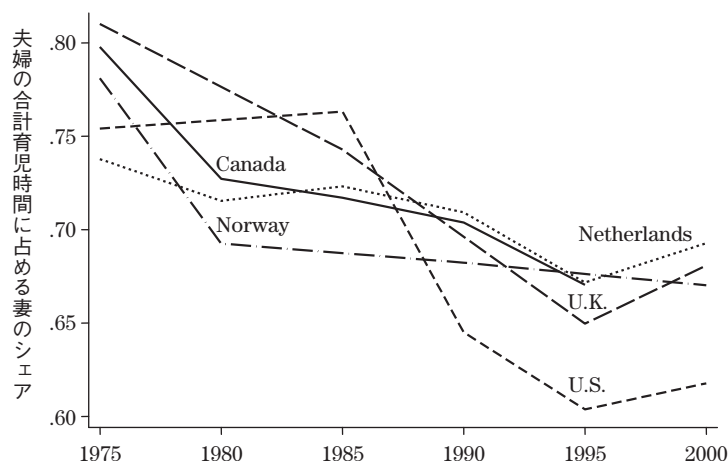
次に、もし企業が女性を差別するのであれば、最適な家計の戦略はなんでしょう。女性の家事負担を減らして、もっと外で働けるようにしても、企業が女性を差別している限りは女性の所得は大して増えません。他方、家事を分担して夫が長時間労働できなくなると、会社での評価は下がって、ボーナスが減る、昇進機会を失うといった不都合が生じるかもしれません。結局、妻が家事負担を大部分担うことが最適となります。この場合の、家計利得をそれぞれ5、0と表現します。

この時、企業が女性を差別して家計では女性が家事負担を担うことは均衡となります。でもこれは効率的ではありません。企業が男女を公平に扱い、家計が夫婦で平等に家事育児を負担しあうことが、家計にとっても企業にとっても最も生み出される価値が高いという経済状況が生まれてきています。表の右下の戦略の組み合わせも均衡になります。企業が男女公平に扱うのであれば、家計も夫婦で家事育児を分担することが最適です。また、家計が夫婦で平等に負担するのであれば、企

図3 非効率的な均衡から効率的な均衡へ

家計の対応 企業への対応	女性を差別	男女公平に扱う
	(家計利得、企業利得)	(家計利得、企業利得)
女性が家事育児を担う	(5,5)	(5,0)
夫婦で平等に分担	(0,5)	(7,7)

図4 均衡が変わるのに20年かかる



注：5歳未満の子供のいる年齢25-55歳の夫婦のサンプルを用いた。

出典：Feyrer, Sacerdote, and Stern (2008)

業も男女公平に扱うことで優秀な女性を獲得できるようになります。

非効率的な均衡から効率的な均衡に移ることはそれほど容易ではありません。企業と家計の対応が同時に代わる必要があるからです。北欧や北米では、1970年代から1990年代にかけてこの変化が起きました（図4参照）。ただし、同じヨーロッパでもイタリアやスペインといった南欧の状況は日本と大きく変わりません。このグラフを見ると分かるように、均衡が変わるのに、20年くらいかかる訳です。でも日本における少子高齢化のペースを考えると、20年も待ってられません。国や自治体が急ピッチで保育所を整備したり、長時間労働を規制する法案を通したり、男性の育児休業取得率上昇を目指すための政策を取っている背景には、経済成長を促すには、今言った変化を起こすことが不可欠だと認識しているからです。

さて、今日は、女性の統計的差別というテーマで、経済学の3つの構成要素、最大化行動、均衡、効率性、について話をしました。皆さんに期待することは4つあります。

まず、経済学は、win-winを作り出す機会を考える、つまり改善機会を見つけるための学問であることを理解して欲しいと思います。2つ目に、社会をより良い状態にするにはどうすれば良いか、

改善方法を考えるための理論的枠組みをいろいろと学んでください。3つ目に、問題を可視化するための、データの扱い方を学んで欲しいと思います。世の中に多くの情報があふれ、企業の中にも多くのデータが蓄積されています。私の研究室にも、多くの企業の方が、社内データを用いて様々な課題を解決したいと相談に訪れるようになりました。データを活用するスキルは、これから社会に出るあなた方に期待される貴重な能力になります。

最後に、弱者や不利益を被る人を切り捨てない温かい心を育んで欲しい。経済学徒にとって大事なものは、クールヘッド（cool head）とウォームハート（warm heart）。アルフレッド・マーシャルの有名な言葉です。大学4年間で大事に過ごしてください。

【新入生への推薦図書】

『WORK DESIGN（ワークデザイン）行動経済学でジェンダー格差を克服する』イリス・ボネット著、池村千秋訳、NTT出版、2018年

『オンラインデータで学ぶ経済学』ポール・オイヤー著、土方奈美訳、NTT出版、2016年

『「原因と結果」の経済学——データから真実を見抜く思考法』中室牧子、津川友介、ダイヤモンド社、2017年

Facts, Fiction, and Performances

八木 斉子*

Hello, everyone. ご入学おめでとうございます.
I will be talking about “facts,” “fiction,” and “performances.”

I am going to divide my lecture into three sections. In the first section, I will introduce you to a textbook for a course that all of you will take in year 1 as part of the English language requirement. In year 2, you will have a wide choice of courses—I will give you an example by talking about what I teach in my course for year-2 students. As you will see, the first section will focus on the kind of English that is “facts”-based.

In the middle section, I will talk about my courses that are open to any student from any year within the School. In those courses, my students and I read plays by William Shakespeare and Oscar Wilde. That means we deal with the kind of English which is “fiction”-orientated. Today, I will just give you a rough idea of how my students and I approach Shakespeare’s work.

The final section will be on what I teach as part of a course that is offered not by the School but by the Global Education Center. If you take this course, you will be among a group of students who may be from any School within the University. During my sessions, students read and recite a short play. The title of this lecture has the word “performances” in it for that reason. I will show you a film version of the play which I chose for the course last year.

1

Let us begin with the first section. These are the two textbooks¹ for a course called “Language, Economics, and Politics.” As I have said, all of you will take this course in year 1. I would like to draw your attention to the book that you see on the left-hand side of the screen. The title of the book is—very conveniently—*Language, Economics, and Politics: 12 Perspectives*.

That means the book has 12 units. Ten of those units were written by members of the teaching staff in the School. For example, Professor Anthony Newell discusses language and political conflict in unit 2; Professor Kazumi Shimizu describes what it means to think scientifically in unit 4, which is entitled “What is Economics?”

Now, please do not ignore the photograph for each unit. When we were preparing the book, we spent a great deal of time looking for photographs that would help you guess the content of the units before you actually started reading them. Let us go to unit 11, for example. You might be able to guess from this photograph² and from the title [“A Note on Privacy”] what the unit is about. The text in the unit was written by Professor Norikazu Kawagishi.

In year 2, you will no longer have that kind of textbook. Instead, you will have a choice of

* 早稲田大学政治経済学術院教授

courses to fulfil your English language requirement. The content will be quite different from course to course, so please remember that what I am going to talk about now is just an example.

I teach a course called “News English.” At the beginning of each class session, my students will be given time to listen to a piece of news which will have been broadcast a few days before. Throughout the semester, the students will listen to 30 different pieces of news since they will have 30 class sessions altogether. The time length of each news clip will be 3 to 4 minutes. The news stations will range from the BBC [the British Broadcasting Corporation] to ABC [American Broadcasting Company] to CNA [Channel NewsAsia], which is based in Singapore, to Al Jazeera, whose headquarters are in Qatar.

Usually, the majority of the students in class find it extremely difficult to keep up with the speed at which people on those news bulletins speak. Accents can also be an issue for many of the students in class—throughout the semester, the students will be exposed to hundreds of different accents, and it will not be easy for them to adjust their ears to all of those accents.

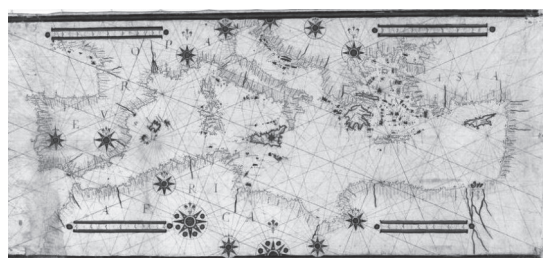
It will be perfectly O.K., however, for any student to struggle for the first 20 minutes or so of each class session. The whole class will work together: we will look for the keywords and key expressions in the piece, check some background information on the internet, read some related articles in the newspapers, write a summary of the piece, and, at the very end of the class session, do some dictation exercises to make sure that we have had a good grasp of what the people in the piece have said.

2

We will now move away from the English language requirement and have a look at examples

of the courses that are open to any student in the School. As I said at the beginning of the lecture, I teach a few courses on Shakespeare. These [*The Merchant of Venice*, *Julius Caesar*, *Macbeth*, and *Othello*] are the titles of the plays that my students and I have read together in the past five years.

Before we start reading the text of any of those plays, my students and I examine a few maps, drawings, and paintings. If, for example, it is *The Merchant of Venice* that we are going to read, we spend some time looking at this map of Venice³—it is from the mid sixteenth century. In the course on *Othello*, I introduce my students to this chart [see the figure]—it is also from the mid sixteenth century. The story of *Othello* takes place mainly in Cyprus, and there [on the chart] you can see the island.



Portolan Chart of the Mediterranean and Connecting Seas [cropped], c. 1550 (?), pen and brown ink with dark watercolours on vellum <<http://hdl.loc.gov/loc.gmd/g5672m.ct003136>> [accessed 19 March 2019].

Now, I am not saying that Shakespeare had maps around him when he was working on those plays. In fact, there is hardly anything we know for certain about Shakespeare the author. Still, *The Merchant of Venice* dates back to around 1596 and *Othello* goes back to around 1603,⁴ a few decades after that map and this chart were produced. My students and I therefore find this kind of material extremely helpful when we try to see those plays from a sixteenth-century perspective.

Of course, we spend most of our class time reading the plays themselves. For example, let us take *Julius Caesar*. In that play, a group of

Roman senators assassinate Caesar. One of the murderers, Marcus Brutus, stands in front of the people of Rome and explains why he and his colleagues killed Caesar. What you see on the screen are just a few lines from Brutus's speech:

If there be any in this assembly, any dear friend of Caesar's, to him I say, that Brutus' love to Caesar was no less than his. If then that friend demand why Brutus rose against Caesar, this is my answer: not that I loved Caesar less, but that I loved Rome more.⁵

As I am sure you can tell easily, Brutus is trying to get the message across to the people of Rome by relying heavily on the art of rhetoric.

3

Finally, I would like to talk about one of the courses that are offered by the Global Education Center. In those courses, you will be attending classes and doing group projects with students whom you may not meet otherwise. On the list of courses you will find a huge variety of subjects and topics from the natural sciences, the social sciences, and the arts and the humanities.

I teach a course called "Appreciation and Understanding of Theatre" with four other members of the teaching staff from various Schools in the University. We each choose a play and organise sessions where students discuss the work from theoretical, historical, and practical points of view. To give you an example, I am introducing you to a play that I chose for the course last year. The author of the play is Samuel Beckett.

Beckett was born in a Dublin suburb, which means he was Irish, but he spent most of his working life in France and died in Paris in 1989; the Nobel Prize in Literature was awarded to him in 1969.⁶ Beckett wrote plays both in English and in French. Since the 1960s, a lot of people have discussed Beckett's work under the

term the "Theatre of the Absurd."⁷ What is it—the "Absurd"? Let us have a look at the play.

This may sound confusing, but the play is called *Play*. Beckett wrote it between 1962 and 1963.⁸ It is a very short piece: a performance of the play, from the beginning to the end, will take only 15 minutes. There are three characters: the "First Woman," the "Second Woman," and the "Man." No personal names. For reasons that are not explained anywhere in the play, each of those characters is stuck from neck down in a huge urn. Here is a photograph⁹ from one of the productions of the play.

The stage directions are given by Beckett himself. All the actors "face . . . front"; the actors' "[v]oices" should be "toneless," that is, the actors are not to add intonation to their speeches "except where an expression is indicated"; the actors should speak at "[r]apid tempo."¹⁰

I am now going to show you a film version of this play. The film was made in 2001; the director was Anthony Minghella and the three characters were performed by Kristin Scott Thomas, Juliet Stevenson, and Alan Rickman. Let us watch the opening 30 seconds.¹¹

If you have found the tempo too fast, please do not worry, because that is the point. For anyone watching the performance, it should be quite difficult to figure out what exactly the two women and the man are saying. On the other hand, it should be quite easy for anyone to guess what is going on amongst the three characters—the two women are fighting against each other over the man, and he cannot decide what to do.

In the sessions last year, my students practiced the three characters' speeches at "rapid tempo" and commented on each other's recitations. The students also asked questions about various aspects of the play. Some of the questions were rather profound: "What is language?", "What does it mean for human beings to talk to anyone?", and "What is drama/theatre?"

I would like to leave you with some conclud-

ing remarks. There are more ways than one to approach a language; there are more ways than one to learn anything. Find your own ways! I have shown you a few examples today, but my message is not that you should be interested in drama or theatre. Rather, I hope that, during the next few years, you will look widely for courses both in the School and across the University. There are hundreds of courses for you to choose from. If you want to learn Arabic, write a piece of music on the computer, learn to dance, and find out what behavioural ecology is, you can give them all a try by attending courses in the School and at the Global Education Center. The key, I believe, is to follow your curiosity—that is what life at university is all about. Thank you for listening.

Notes

- 1 Front cover, from *Language, Economics, and Politics: 12 Perspectives*, ed. by Anthony P. Newell and Mark Jewel (Tokyo: Waseda University Press, 2016); front cover, from Anthony P. Newell, Naoko Yagi, and Garrett DeOrio, *Wordscape: Essential Vocabulary for Academic Reading and Writing* (Tokyo: Waseda University Press, 2012).
- 2 pogonici, photograph, from *Language, Economics, and Politics*, p. 107.
- 3 Paolo Forlani, *Venetia*, 1566, engraving, from *A volo d'uccello: Jacopo de' Barbari e le rappresentazioni di città nell'Europa del Rinascimento* (Venezia Mestre: Arsenale Editrice, 1999), pp. 148–49.
- 4 *The New Cambridge Companion to Shakespeare*, ed. by Margreta De Grazia and Stanley Wells, 2nd edn (Cambridge: Cambridge University Press, 2010),

pp. xv–xvi.

- 5 William Shakespeare, *Julius Caesar*, ed. by David Daniell (London: Bloomsbury, 1998), III. 2. 17–22.
- 6 *Samuel Beckett in Context*, ed. by Anthony Uhlmann (New York: Cambridge University Press, 2013), pp. xxiii–xxxii.
- 7 Martin Esslin, *The Theatre of the Absurd*, 3rd edn (Harmondsworth: Penguin Books, 1980), p. 9.
- 8 *The Cambridge Companion to Beckett*, ed. by John Pilling (Cambridge: Cambridge University Press, 1994), p. xix.
- 9 Tony Kent, photograph, from Jonathan Kalb, *Beckett in Performance* (Cambridge: Cambridge University Press, 1989), p. 230.
- 10 Samuel Beckett, *"Krapp's Last Tape" and Other Shorter Plays*, pref. by S. E. Gontarski (London: Faber and Faber, 2009), p. 53.
- 11 *Play*, dir. by Anthony Minghella (Blue Angel Films, 2001) [on DVD].

Further Reading

Beckett, Samuel, *Molloy: A Novel*, trans. by Patrick Bowles, in collaboration with Beckett (New York: Grove Press, 1955)

Even if you are lost on page 1, keep on reading! Available (in various editions) for borrowing at Waseda's Central Library.

Brotton, Jerry, *This Orient Isle: Elizabethan England and the Islamic World* (London: Penguin Books, 2016)

Written for the general reader. Highly informative. Some references to *Othello* and *The Merchant of Venice*. Also available in e-book format.

Jenkins, Jennifer, *Global Englishes: A Resource Book for Students*, 3rd edn (London: Routledge, 2015)

For those who want to know more about the varieties of the English language. Available for borrowing at three libraries on the Waseda campus.

ケーキの量を効用関数に入れた Cake-Eating Problem

榎本 彦衛*

はじめに

Cake-eating problem は最も簡単なマクロモデルだが、それでも分析する際には気をつけなくてはならないことがいくつかある。本稿では、ラグランジュ乗数法の使い方について復習した後、ケーキの量を効用関数に入れた CIU (Cake-In-the-Utility-function) モデルと、ケーキの量の代わりに money と bond を入れた、一種の MIU (Money-In-the-Utility-function) モデルの分析を行い、どちらのモデルについても政策関数を closed-form で表せることを示す。

1 Cake-Eating Problem

素朴な Cake-Eating Problem は

$$\begin{aligned} m_0: & \text{given} \\ \text{maximize } & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) \\ \text{subject to: } & m_t = c_t + m_{t+1} \end{aligned}$$

というモデルで、各種概念を説明する例としてよく使われている。単純なモデルではあるが、分析するには考慮すべきことがいくつかある。

このような制約条件付きの最適化問題を解く場合、ラグランジュ乗数法がよく使われる。
一般的には

$$\mathbf{x} \in S \subseteq \mathbb{R}^n, g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \ (1 \leq j \leq m) \text{ の下で } f(\mathbf{x}) \text{ の最大値を求める} \quad (1)$$

という問題を考える。 $g(\mathbf{x}) = 0$ という制約は、 $g(\mathbf{x}) \geq 0$ および $-g(\mathbf{x}) \geq 0$ という制約に置き換えることができるので、不等式制約だけを考えても一般性を失わない。

ラグランジュ乗数法の本質は、制約条件付きの最適化問題を制約条件なしの最適化問題に帰着するところであって、制約条件なしの最適化問題をどうやって解くかということはラグランジュ乗数法とは直接関係がないので、次の定理が基本的である。

Theorem 1. $\mathbf{x}^* \in S, \lambda^* = (\lambda_1, \dots, \lambda_m), \lambda_j^* \geq 0 \ (1 \leq j \leq m)$ が以下の条件を満たせば、 $\mathbf{x}^*$ は問題 (1) の解を与える。

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{x})$$

* 早稲田大学大学院経済学研究科研究生

とおいたとき、

(1) $\mathbf{x}^*$ は $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}^*)$ ($\mathbf{x} \in S$) の最大値を与える。

(2) $\boldsymbol{\lambda}^*$ は $L(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda})$ ($\boldsymbol{\lambda} \geq 0$) の最小値を与える。

n および m は有限でなくても構わない。また、 f および g_j は任意の関数でよく、 S の形にも制限はないので、非常に一般的な定理だが、証明は簡単である⁽¹⁾。ただし、これは十分条件を与えているだけで、必要条件ではないことに注意する必要がある。(必要十分条件にすることは可能⁽²⁾ だが、 f および g_j に何らかの仮定をつける必要がある、証明も複雑になるので、簡明さは失われてしまう。)

$u(c) = \ln c$, $0 < \beta < 1$ という場合の Cake-Eating Problem を解いてみる。

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln c_t + \lambda_t (m_t - c_t - m_{t+1})$$

だが、 $\mu_t = \beta^{-t} \lambda_t$ とおくと、

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_t + \mu_t (m_t - c_t - m_{t+1})]$$

という形になり、この形のラグランジアンの方がよく使われる。

改めて、 μ_t を λ_t と書き換えると、一階条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \beta^t \left(\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial m_{t+1}} &= \beta^{t+1} \lambda_{t+1} - \beta^t \lambda_t = 0 \end{aligned}$$

より

$$c_{t+1} = \beta c_t$$

となり、 c_0 が決まるとすべての c_t が (したがって、すべての m_{t+1} も) 決まる。

しかし、一階条件だけでは c_0 の値は決まらない。ところが、Foley and Michl[2] には以下のような証明が与えられている：

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t c_t = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t = \frac{1}{1-\beta}$$

一方、

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t c_t &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t (m_t - m_{t+1}) \\ &= \lambda_0 m_0 + \sum_{t=1}^{\infty} (\beta^t \lambda_t - \beta^{t-1} \lambda_{t-1}) m_t \\ &= \frac{m_0}{c_0} + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \left(\frac{\beta}{c_t} - \frac{1}{c_{t-1}} \right) m_t \\ &= \frac{m_0}{c_0} \end{aligned}$$

以上より、 $c_0 = (1-\beta)m_0$

いつの間にか、一階条件だけで c_0 の値が決まってしまうている。一階条件を満たす c_t が解になるための条件は $m_t > 0$ を満たすことなので、 $\{c_t\}$ が解ならば、 $\{c'_t = c_t/2\}$ も解になる。したがって、解は複数存在するので、上の証明はどこか間違っているはずである。

問題があるのは、

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t (m_t - m_{t+1}) = \lambda_0 m_0 + \sum_{t=1}^{\infty} (\beta^t \lambda_t - \beta^{t-1} \lambda_{t-1}) m_t \quad (2)$$

という変形で、一見正しそうだが、 $\beta = 1, \lambda_t = 1, m_t = 1$ とすると、

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_t (m_t - m_{t+1}) &= 0 \\ \lambda_0 m_0 + \sum_{t=1}^{\infty} (\beta^t \lambda_t - \beta^{t-1} \lambda_{t-1}) m_t &= 1 \end{aligned}$$

となることから分かるように、(2) は無条件では成り立たない。

正しい証明は、これよりも少し一般的なモデルについて次節で与えることにする。

2 CIU モデル

ケーキの量を効用関数に入れた次のような CIU (Cake-In-the-Utility-function) モデルを考える

$$\begin{aligned} m_{-1} &: \text{given} \\ \text{maximize } & \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t) \\ \text{subject to } & m_{t-1} = c_t + m_t \end{aligned}$$

ただし、 β は割引因子で $0 < \beta < 1$ を満たし、効用関数 u は $u(c, m) = \ln c + \eta \ln m$ という形をしているとする。

ラグランジアンは

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t, m_t) + \lambda_t (m_{t-1} - c_t - m_t)]$$

で、一階条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \beta^t \left(\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial m_t} &= \beta^t \left(\frac{\eta}{m_t} - \lambda_t \right) + \beta^{t+1} \lambda_{t+1} = 0 \end{aligned}$$

より

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{1}{c_t} \\ \frac{\beta}{c_{t+1}} &= \frac{1}{c_t} - \frac{\eta}{m_t} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

Theorem 1 は必要条件ではないので、一階条件が成り立たなくてはいけないということは明らかではないが、Euler 方程式 (3) が成り立つことを直接証明することは難しくない⁽³⁾。

Claim 1.

$$c_t = \frac{\beta^t c_0 \prod_{s=0}^{t-1} A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s} \quad (4)$$

$$m_t = \frac{\prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s} \quad (5)$$

ただし,

$$A_s = m_0 - \frac{(\eta + \beta)(1 - \beta^s)}{1 - \beta} c_0$$

$$B_s = m_0 - \left(\frac{(\eta + \beta)(1 - \beta^s)}{1 - \beta} + \eta \beta^s \right) c_0 = A_s - \eta \beta^s c_0$$

Proof. $t = 0$ のとき, (4), (5) は成り立っている。

$t > 0$ のときは数学的帰納法を使う。(3) より,

$$\begin{aligned} c_{t+1} &= \frac{\beta m_t c_t}{m_t - \eta c_t} \\ &= \frac{\beta \frac{\prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s} \frac{\beta^t c_0 \prod_{s=0}^{t-1} A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s}}{\frac{\prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s} - \eta \frac{\beta^t c_0 \prod_{s=0}^{t-1} A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s}} \\ &= \frac{\beta^{t+1} c_0 \prod_{s=0}^t A_s}{(A_t - \eta \beta^t c_0) \prod_{s=0}^{t-1} B_s} \\ &= \frac{\beta^{t+1} c_0 \prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^t B_s} \\ m_{t+1} &= m_t - c_{t+1} \\ &= \frac{\prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^{t-1} B_s} - \frac{\beta^{t+1} c_0 \prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^t B_s} \\ &= \frac{(B_t - \beta^{t+1} c_0) \prod_{s=0}^t A_s}{\prod_{s=0}^t B_s} \\ &= \frac{\prod_{s=0}^{t+1} A_s}{\prod_{s=0}^t B_s} \end{aligned}$$

□

$$\frac{m_t}{c_t} = \frac{A_t}{\beta^t c_0} > 0$$

より

$$\frac{m_0}{c_0} > \frac{(\eta + \beta)(1 - \beta^t)}{1 - \beta}$$

となるので,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{m_t}{c_t} \geq 0 \implies \frac{m_0}{c_0} \geq \frac{\eta + \beta}{1 - \beta}$$

が分かる。

実は,

$$\frac{m_0}{c_0} = \frac{\eta + \beta}{1 - \beta}$$

が横断性条件になるのだが, これが必要十分になることを確かめておく⁽⁴⁾。

$$U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c_t + \eta \ln m_t]$$

と置き, 別の解 $\{c'_t, m'_t\}$ に対し,

$$U' = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c'_t + \eta \ln m'_t]$$

と置く。

(必要性の証明) 必要条件であることを示すには, 横断性条件が成り立っていない時, $U < U'$ となる解 $\{c'_t, m'_t\}$ が少なくとも一つ存在することを示せばよい。

$$m'_t = (1 - \epsilon)m_t$$

とおくと,

$$\begin{aligned} c'_0 &= m_{-1} - m'_0 \\ &= m_{-1} - (1 - \epsilon)m_0 \\ &= c_0 + \epsilon m_0 \end{aligned}$$

$t > 0$ については

$$\begin{aligned} c'_t &= m'_{t-1} - m'_t \\ &= (1 - \epsilon)(m_{t-1} - m_t) \\ &= (1 - \epsilon)c_t \end{aligned}$$

となる。

$$\ln(1 + x) = x + \text{誤差項}$$

だが, $|x|$ が小さいとき, 誤差項は $|x|$ に比べて十分小さいので, ϵ が十分に小さければ,

$$\begin{aligned} U' - U &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\ln \left(1 + \frac{c'_t - c_t}{c_t} \right) + \eta \ln \left(1 + \frac{m'_t - m_t}{m_t} \right) \right] \\ &\approx \frac{c'_0 - c_0}{c_0} + \frac{\eta(m'_0 - m_0)}{m_0} + \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c'_t - c_t}{c_t} + \frac{\eta(m'_t - m_t)}{m_t} \right] \\ &= \frac{\epsilon m_0}{c_0} - \frac{\eta \epsilon m_0}{m_0} - \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left[\frac{\epsilon c_t}{c_t} + \frac{\eta \epsilon m_t}{m_t} \right] \\ &= \frac{\epsilon m_0}{c_0} - \eta \epsilon - \frac{\beta(1 + \eta)\epsilon}{1 - \beta} \end{aligned}$$

となり,

$$U' - U > 0 \iff \frac{m_0}{c_0} > \eta + \frac{\beta(1+\eta)}{1-\beta} = \frac{\eta+\beta}{1-\beta}$$

なので、横断性条件を満たさないときは $U' - U > 0$ となる解が存在する。

これで、横断性条件が必要条件であることが示せたので、最適解の一意性が分かったことになる。

(十分性の証明) 十分条件であることを示すには、任意の解 $\{c'_t, m'_t\}$ に対し、 $U \geq U'$ を示せばよい。

$$\ln(1+x) \leq x$$

なので、

$$\begin{aligned} U' - U &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln c'_t - \ln c_t + \eta(\ln m'_t - \ln m_t)] \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\ln \left(1 + \frac{c'_t - c_t}{c_t} \right) + \eta \ln \left(1 + \frac{m'_t - m_t}{m_t} \right) \right] \\ &\leq \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c'_t - c_t}{c_t} + \eta \frac{m'_t - m_t}{m_t} \right] \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c'_t}{c_t} + \eta \frac{m'_t}{m_t} \right] - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1 + \eta) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{m'_{t-1} - m'_t}{c_t} + m'_t \left(\frac{1}{c_t} - \frac{\beta}{c_{t+1}} \right) \right] - \frac{1+\eta}{1-\beta} \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{m'_{t-1}}{c_t} - \frac{\beta m'_t}{c_{t+1}} \right] - \frac{1+\eta}{1-\beta} \end{aligned}$$

だが、

$$\sum_{t=0}^T \beta^t \left[\frac{m'_{t-1}}{c_t} - \frac{\beta m'_t}{c_{t+1}} \right] = \frac{m'_{-1}}{c_0} - \frac{\beta^{T+1} m'_T}{c_{T+1}} \leq \frac{m'_{-1}}{c_0}$$

なので、

$$\begin{aligned} U' - U &\leq \frac{m'_{-1}}{c_0} - \frac{1+\eta}{1-\beta} \\ &= \frac{m_{-1}}{c_0} - \frac{1+\eta}{1-\beta} \\ &= \frac{c_0 + m_0}{c_0} - \frac{1+\eta}{1-\beta} \\ &= \frac{m_0}{c_0} - \frac{\beta+\eta}{1-\beta} \\ &= 0 \end{aligned}$$

以上より、次の定理が証明できた。

Theorem 2. CIU モデルの政策関数は

$$\begin{aligned} m_t &= \frac{\eta+\beta}{1+\eta} m_{t-1} \\ c_t &= \frac{1-\beta}{1+\eta} m_{t-1} \end{aligned}$$

となる。

なお、必要性の証明にも十分性の証明にも、Theorem 1 を使っていないことに注意。ただし、一階条件を調べることは、最適解の形と Euler 方程式の形を推測することに役立っている。

3 MIU モデル

m_t をケーキの量ではなく、money の量と考え、bond を導入すると、

$$\begin{aligned} & m_{-1}, b_{-1} : \text{given} \\ & \text{maximize } \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t) \\ & \text{subject to } \frac{m_{t-1} + (1+R)b_{t-1}}{1+\pi} = c_t + m_t + b_t \end{aligned} \quad (6)$$

というモデルになるが、これは一種の MIU(Money-In-the-Utility-function) モデルと考えることができる (R は名目利子率, π はインフレ率を表す)。

以下、 $u(c, m) = \ln c + \eta \ln m$ という場合には、前節と同様の方法により closed-form の政策関数を求めることができることを示す。

$$\omega_t = \frac{m_{t-1} + (1+R)b_{t-1}}{1+\pi}$$

とおくと、ラグランジアンは

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t, m_t) + \lambda_t (\omega_t - c_t - m_t - b_t)]$$

で、一階条件

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial c_t} &= \beta^t \left(\frac{1}{c_t} - \lambda_t \right) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial m_t} &= \beta^t \left(\frac{\eta}{m_t} - \lambda_t \right) + \frac{\beta^{t+1} \lambda_{t+1}}{1+\pi} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial b_t} &= \frac{\beta^{t+1} (1+R) \lambda_{t+1}}{1+\pi} - \beta^t \lambda_t = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

より

$$\begin{aligned} \lambda_t &= \frac{1}{c_t} \\ \frac{\beta}{(1+\pi)c_{t+1}} &= \frac{1}{c_t} - \frac{\eta}{m_t} \\ \frac{\beta(1+R)}{(1+\pi)c_{t+1}} &= \frac{1}{c_t} \end{aligned} \quad (8)$$

が得られる。CIU モデルよりは少し複雑になっているのに、Euler 方程式 (8) は、CIU モデルより簡単な形になっている。

通常は $b_t < 0$ (借金) は許さないで、 $b_t = 0$ のときには端点解となり、(7) が成り立つ保証はない (したがって、(8) も成り立つ保証はない) のだが、この危険性はしばしば見逃されている⁽⁵⁾。

以下では、 $b_t < 0$ を許したときの最適解を求めてみる。ただし、無制限に借金を許すと最適解が存在しなくなるので、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b_t \geq -\infty$$

という条件をつけることにする。

$$1+r = \frac{1+R}{1+\pi} \text{ とおくと, 一階条件より}$$

$$\begin{aligned} c_{t+1} &= \beta(1+r)c_t \\ c_t &= \beta^t(1+r)^t c_0 \\ \frac{\eta}{m_t} &= \frac{1}{c_t} - \frac{\beta}{(1+\pi)c_{t+1}} \\ &= \frac{1}{c_t} - \frac{1}{(1+R)c_t} \\ &= \frac{R}{(1+R)c_t} \\ m_t &= \frac{\eta(1+R)}{R} c_t \end{aligned}$$

となる。

Claim 2.

$$\omega_t = (1+r)^t \omega_0 - \frac{1-\beta^t}{1-\beta} (1+r)^t (1+\eta) c_0$$

Proof. $t=0$ のとき, 右辺 $= \omega_0$ になる。

$t > 0$ のときは, 帰納法により

$$\begin{aligned} \omega_t &= \frac{(1+R)b_{t-1} + m_{t-1}}{1+\pi} \\ &= (1+r)(\omega_{t-1} - c_{t-1} - m_{t-1}) + \frac{m_{t-1}}{1+\pi} \\ &= (1+r)^t \omega_0 - \frac{1-\beta^{t-1}}{1-\beta} (1+r)^t (1+\eta) c_0 - \left[(1+r) + \left(1+r - \frac{1}{1+\pi} \right) \frac{\eta(1+R)}{R} \right] c_{t-1} \\ &= (1+r)^t \omega_0 - \frac{1-\beta^{t-1}}{1-\beta} (1+r)^t (1+\eta) c_0 - (1+\eta)(1+r)^t \beta^{t-1} c_0 \\ &= (1+r)^t \omega_0 - \frac{1-\beta^t}{1-\beta} (1+r)^t (1+\eta) c_0 \end{aligned}$$

□

横断性条件は

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\beta^t \omega_{t+1}}{c_t} = 0 &\iff \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\beta^t \left[(1+r)^{t+1} \omega_0 - \frac{1-\beta^{t+1}}{1-\beta} (1+r)^{t+1} (1+\eta) c_0 \right]}{\beta^t (1+r)^t c_0} = 0 \\ &\iff \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{(1+r) \left[\omega_0 - \frac{1-\beta^{t+1}}{1-\beta} (1+\eta) c_0 \right]}{c_0} = 0 \\ &\iff \frac{\omega_0}{c_0} = \frac{1+\eta}{1-\beta} \end{aligned}$$

したがって,

$$c_0 = \frac{1 - \beta}{1 + \eta} \omega_0$$

が最適解を与え, このとき

$$\begin{aligned} \omega_t &= (1 + r)^t \omega_0 - \frac{1 - \beta^t}{1 - \beta} (1 + r)^t (1 + \eta) c_0 \\ &= (1 + r)^t \omega_0 - \frac{1 - \beta^t}{1 - \beta} (1 + r)^t (1 + \eta) \frac{(1 - \beta) \omega_0}{1 + \eta} \\ &= (1 + r)^t \omega_0 - (1 - \beta^t) (1 + r)^t \omega_0 \\ &= \beta^t (1 + r)^t \omega_0 \\ c_t &= \beta^t (1 + r)^t c_0 \\ &= \beta^t (1 + r)^t \frac{(1 - \beta) \omega_0}{1 + \eta} \\ &= \frac{1 - \beta}{1 + \eta} \omega_t \\ m_t &= \frac{\eta(1 + R)}{R} c_t \\ &= \frac{\eta(1 + R)(1 - \beta)}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ b_t &= \omega_t - c_t - m_t \\ &= \omega_t - \frac{R + \eta(1 + R)}{R} c_t \\ &= \omega_t - \frac{(1 - \beta)(R + \eta(1 + R))}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ &= \omega_t - \frac{(1 - \beta)(R + \eta(1 + R))}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ &= \frac{(1 + \eta)R - (1 - \beta)((1 + \eta)R + \eta)}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ &= \frac{\beta(1 + \eta)R - (1 - \beta)\eta}{(1 + \eta)R} \omega_t \end{aligned}$$

となる。 $\beta(1 + \eta)R \geq (1 - \beta)\eta$ が成り立っているならば, $b_t < 0$ を許しても最適解は $b_t \geq 0$ を満たすので, $b_t \geq 0$ という制約をつけてもこれが最適解を与える。すなわち,

Theorem 3. $\beta(1 + \eta)R \geq (1 - \beta)\eta$ が成り立っているならば, 政策関数は

$$\begin{aligned} c_t &= \frac{1 - \beta}{1 + \eta} \omega_t \\ m_t &= \frac{\eta(1 + R)(1 - \beta)}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ b_t &= \frac{\beta(1 + \eta)R - (1 - \beta)\eta}{(1 + \eta)R} \omega_t \\ \omega_{t+1} &= \beta(1 + r)\omega_t \end{aligned}$$

となる。

あとがき

連続時間モデルでは、closed-form の政策関数が求まっている例がいくつか知られている⁽⁶⁾が、離散時間モデルで closed-form の政策関数が求まることはあまりない。本論文では、ケーキの量を効用関数に入れた CIU モデルと、money と bond を導入した MIU モデルの場合に、政策関数が closed-form で求まることを示した。いずれの場合にも、資産の一定割合を消費する（すなわち、政策関数が定数項のない一次式になる）ことが最適行動となる。

本論文では、対数分離型の効用関数しか考えなかったが、もっと複雑な効用関数の場合、とくに、非分離型の効用関数の場合の考察は今後の課題である。

注

⁽¹⁾ 西村 [9] など

⁽²⁾ Ioffe and Tihomirov [7] 参照。

⁽³⁾ $\frac{\beta}{c_{t+1}} > \frac{1}{c_t} - \frac{\eta}{m_t}$ ならば、 $c'_t = c_t - \epsilon$, $m'_t = m_t + \epsilon$, $c'_{t+1} = c_{t+1} + \epsilon$ に置き換えると、

$$\begin{aligned} & \ln c'_t + \eta \ln m'_t + \beta \ln c'_{t+1} - (\ln c_t + \ln m_t + \beta \ln c_{t+1}) \\ &= \ln \left(1 + \frac{c'_t - c_t}{c_t} \right) + \eta \ln \left(1 + \frac{m'_t - m_t}{m_t} \right) + \beta \ln \left(1 + \frac{c'_{t+1} - c_{t+1}}{c_{t+1}} \right) \\ &= \ln \left(1 - \frac{\epsilon}{c_t} \right) + \eta \ln \left(1 + \frac{\epsilon}{m_t} \right) + \beta \ln \left(1 + \frac{\epsilon}{c_{t+1}} \right) \\ &\approx -\frac{\epsilon}{c_t} + \frac{\eta\epsilon}{m_t} + \frac{\beta\epsilon}{c_{t+1}} \\ &> 0 \end{aligned}$$

$\frac{\beta}{c_{t+1}} < \frac{1}{c_t} - \frac{\eta}{m_t}$ のときも同様。

⁽⁴⁾ Acemoglu [1] Theorem 6.10 の証明に沿っている。

⁽⁵⁾ 例えば、Walsh [8] の MIU モデルでは、定常状態では $b = 0$ になると主張しているにも関わらず、一階条件を使って定常状態の分析を行っている。

⁽⁶⁾ Solow モデル (Sato [6])、Ramsey モデル (Guerrini [3])、Lucas モデル (Hiraguchi [4], Ruiz-Tamarit [5]) など

参考文献

- [1] Acemoglu, D. (2009) *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton, NJ: Princeton University Press
- [2] Foley, F.K. and T.R. Michl (1999) *Growth and Distribution*. Cambridge, MA: Harvard University Press (佐藤良一・笠松学監訳 (2002) 『成長と分配』 日本経済評論社)
- [3] Guerrini, L. (2010) "Transitional dynamics in the Ramsey model with AK technology and logistic population change," *Economic Letters* 109, 17-19
- [4] Hiraguchi, R., A note on the closed-form solution to the Lucas-Uzawa model with externality, *Journal of Economic Dynamics & Control*, 33 (2009) 1757-1760.
- [5] Ruiz-Tamarit, J. R. (2008) "The closed-form solution for a family of four-dimension nonlinear MHDS," *Journal of Economic Dynamics & Control* 32, 1000-1014.
- [6] Sato, R. (1963) "Fiscal policy in a neo-classical growth model: An analysis of time required for equilibrating adjustment," *The Review of Economic Studies* 30, 16-23.
- [7] Ioffe, A.D. and V.M.Tihomirov (1979) *Theory of Extremal Problems*. Amsterdam: North-Holland
細谷祐誉, 虞朝聞訳 (2017) 『極値問題の理論』 知泉書館
- [8] Walsh, C.E. (2010) *Monetary Theory and Policy*. (Third Edition) Cambridge, MA: MIT Press.
- [9] 西村和雄 (1982) 『経済数学早わかり』 日本評論社

早稲田政治経済学雑誌 第395号

The Waseda Journal of Political Science and Economics, No.395

2019 年 7 月 31 日発行

編 集 兼 川 岸 令 和
発 行 人

発 行 所 早稲田大学政治経済学会

169-8050 東京都新宿区西早稲田 1-6-1 早稲田大学政治経済学部内
TEL 03-3203-4141 (代表)

制 作 三美印刷株式会社
表紙デザイン レフ・デザイン工房

© 2019, 早稲田大学政治経済学会.

The Waseda Journal of Political Science and Economics

No.395

July 2019

Contents

Special Issue: Welcome Symposium for New Students

Free Speech and Sophisticated Falsificationism INAMURA, Kazutaka

What You Can Learn from Economics

—The Case of Statistical Discrimination Against Women OWAN, Hideo

Facts, Fiction, and Performances YAGI, Naoko

Refereed Article

Cake Eating Problem with Cake in the Utility Function ENOMOTO, Hikoe

The Waseda Society of Political Science and Economics